RESEAUX LINEAIRES EN REGIME VARIABLE

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

****

****

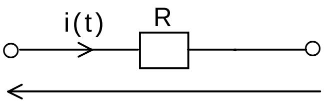
Ces réseaux seront toujours étudiés dans le cadre de l'ARQP.

Toutes les lois vues en I restent valables, comme nous l'avons déjà précisé.

Les principaux composants passifs rencontrés sont les résistances, les bobines et les condensateurs.

I. Rappels sur les dipôles R, L, C :

I.1. Résistance :

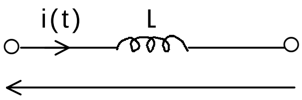


$$\underline{U(t) = Ri(t)}$$

$$\begin{cases} P_J = Ri^2(t) & \text{en watts (W)} \\ W_J = \int_O^\tau Ri^2(t)\,dt & \text{en Joules (J)} \end{cases}$$

(énergie dissipée par effet Joule pendant l'intervalle $[O,\tau]$).

I.2. Bobine parfaite :



u(t)

$$\boxed{u(t) = L\frac{di}{dt} = L\overset{o}{i}(t)}$$

$$\boxed{W_m = \frac{1}{2}L\,i^2}$$ énergie magnétique emmagasinée

<u>Conséquence</u> : l'énergie W_m ne pouvant être discontinue, <u>l'intensité</u> dans une bobine ne peut varier que de manière <u>continue</u> (par exemple à l'ouverture ou à la fermeture d'interrupteurs).

I.3. Condensateur parfait :

$$i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$$

$$q(t) = Cu(t)$$

u(t)

$$\boxed{i(t) = C\frac{du}{dt} = C\dot{u}(t)}$$

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}Cu^2}$$ énergie électrique emmagasinée

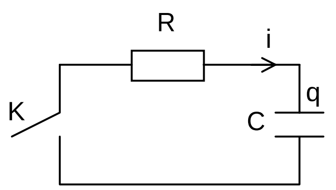
<u>Conséquence</u> : la continuité de W_e implique la <u>continuité de q(t)</u> et u(t) pour un condensateur.

II. Circuits du 1^er^ ordre.

Un circuit linéaire est dit du 1^er^ ordre si les variations temporelles de toute grandeur électrique du circuit sont régies par une équation différentielle linéaire du 1^er^ ordre à coefficients constants.

II.1. Circuit (R, C).

*<u>Décharge du condensateur</u>



$$\begin{cases} t < 0 : \text{K ouvert} \\ \qquad q = q_0 \ ; \ i = 0 \\ t > 0 : \text{K fermé} \end{cases}$$

On cherche à déterminer q(t), i(t) et à faire un bilan énergétique.

Pour K fermé :

$$\begin{cases} Ri(t) + \dfrac{q}{C} = 0 \\ i = \dot{q} \end{cases}$$

Ainsi : $$\boxed{\dot{q} + \frac{q}{RC} = 0}$$

On pose $\tau = RC$, « constante de temps », ou « temps de relaxation » du circuit (R, C). L'équation différentielle du 1er ordre régissant q(t) est alors :

$$\boxed{\mathring{q} + \frac{q}{\tau} = 0}$$

Sa solution est :

$$q(t) = A\ e^{-t/\tau}$$

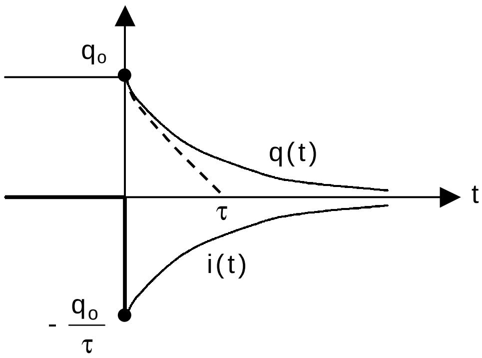
Comme q(t) est continue à t = 0 :

$$q(0^-) = q_o = q(0^+) = A$$

Donc :

$$\boxed{q(t) = \quad = -\frac{q_o}{\tau}\ e^{-t/\tau}}$$

$$i(t) = \mathring{q} = -\frac{\mathring{q}}{\tau}\ e^{-t/\tau}$$



On remarque la discontinuité de i(t)) la fermeture de l'interrupteur K.

Bilan énergétique : multiplions la loi des mailles par $i = \mathring{q}$:

$$Ri^2 + \frac{q\mathring{q}}{C} = 0\ , \qquad \text{ce qui s'écrit :}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right) = -Ri^2$$

Soit :

$$\frac{dW_e}{dt} = -P_J$$

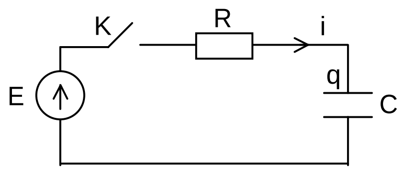
$$\Rightarrow \qquad \underbrace{W_e(\infty)}_{0} - W_e(0) = -\int_0^\infty Ri^2(t)dt$$

Toute l'énergie emmagasinée initialement dans les condensateurs est dissipée par effet Joule dans la résistance.

On peut alors vérifier :

$$\int_0^\infty Ri^2(t)dt = W_J = \int_0^\infty R\left(-\frac{q_o}{\tau}e^{-t/\tau}\right)^2 dt$$
$$= \frac{Rq_o^{\,2}}{\tau^2}\int_0^\infty e^{-2t/\tau}dt$$
$$= \frac{Rq_o^{\,2}}{\tau^2}\left[-\frac{\tau}{2}e^{-2t/\tau}\right]_0^\infty$$
$$= \frac{1}{2}\frac{Rq_o^{\,2}}{\tau^2} = \frac{1}{2}\frac{q_o^{\,2}}{C} = W_e(0)$$

*Charge du condensateur



$$\begin{cases} t < 0 : \text{K ouvert} \\ \quad q = 0 \;;\; i = 0 \\ t > 0 : \text{K fermé} \end{cases}$$

On a cette fois : $E = Ri + \dfrac{q}{C}$

Soit : $\boxed{\dot{q} + \dfrac{q}{\tau} = \dfrac{E}{R}}$

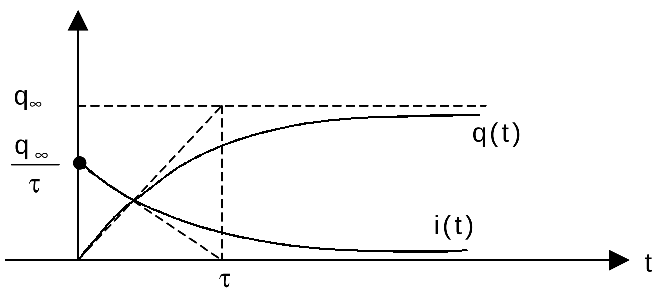
La solution est : $q(t) = A\ e^{-t/\tau} + CE$

Toujours par continuité de q(t) à t = 0 :

$$q(0^-) = 0 = q(0^+) = A + CE$$

Finalement : $\boxed{q(t) = q_\infty\,(1 - e^{-t/\tau})}$ avec $\underline{q_\infty = CE}$

Puis : $i(t) = \dot{q} = \dfrac{q_\infty}{\tau}\ e^{-t/\tau}$



On remarque toujours la discontinuité de i(t) à t = 0.

Bilan énergétique :
$$\underbrace{Ei}_{P_{géré}} = \underbrace{Ri^2}_{P_J} + \underbrace{\frac{q\dot{q}}{C}}_{\frac{dW_e}{dt}}$$
: la puissance $P_{géré}$ fournie par le générateur est en partie dissipée par effet Joule dans R, et en partie stockée sous forme électrique dans le condensateur.

De plus :
$$W_{géré} = \int_0^\infty Ei(t)dt = \underbrace{\int_0^\infty Ri^2(t)dt}_{W_J} + \Delta W_e$$

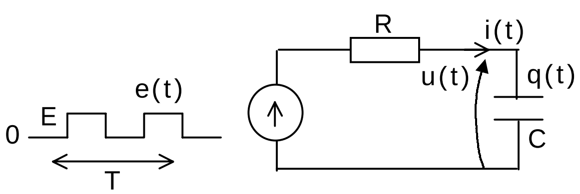
Vérifions ce bilan par le calcul :

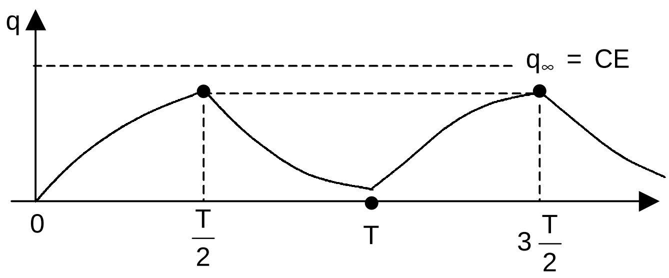
$$\begin{cases} W_{géré} = \int_0^\infty E\dfrac{q_\infty}{\tau}\,e^{-t/\tau}dt = \dfrac{Eq_\infty}{\tau}\left[-\tau\,e^{-t/\tau}\right]_0^\infty = CE^2 \\[2mm] \Delta W_e = W_e(\infty) = \dfrac{1}{2}\dfrac{q_\infty^2}{C} = \dfrac{1}{2}CE^2 \\[2mm] W_J = \int_0^\infty R\left(\dfrac{q_\infty}{\tau}\,e^{-t/\tau}\right)^2 dt = \dfrac{Rq_\infty^2}{\tau^2}\left[-\dfrac{C}{2}\,e^{-2t/\tau}\right]_0^\infty = \dfrac{1}{2}\dfrac{Rq_\infty^2}{\tau} = \dfrac{1}{2}CE^2 \end{cases}$$

On remarque que le « rendement énergétique » de la charge n'est que de 50 % :

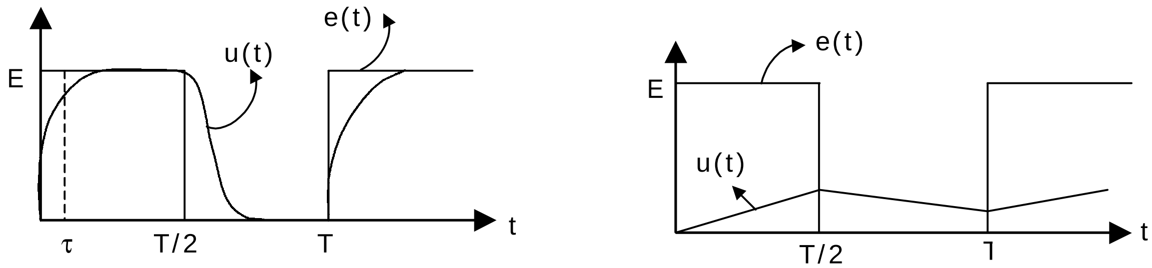
$$\boxed{\eta = \frac{\text{Energie "utile"}}{\text{Energie "coûteuse"}} = \frac{W_e(\infty)}{W_{géré}} = \frac{1}{2}}$$

*<u>Succession de charges et de décharges</u>





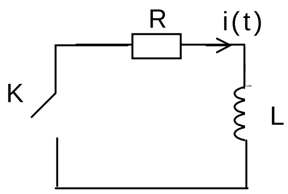
<u>*Cas particuliers*</u> :



$\tau << T$ $\qquad\qquad$ $\tau >> T$

II.2. Circuit (R, L).

*<u>Rupture de courant</u> :



$$\begin{cases} t < 0 : \text{K ouvert} \\ \qquad i = i_o \\ t > 0 : \text{K fermé} \end{cases}$$

Pour t > 0 :

$$Ri + L\dot{i} = 0 \quad : \quad \boxed{\dot{i} + \frac{i}{\tau} = 0}$$

la constante de temps du circuit (R, L) étant :

$$\boxed{\tau = L/R}$$

Par continuité de i(t) à t = 0,on obtient :

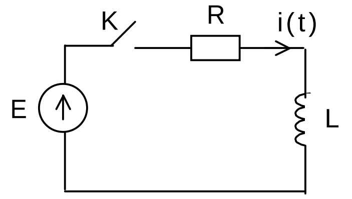
$$\boxed{i(t) = i_o\, e^{-t/\tau}}$$

En multipliant par i la loi de maille, on fait apparaître des termes d'énergie :

$$Ri^2 + \underbrace{L\, i\, \dot{i}}_{\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L\, i^2\right)} = 0$$

Soit : $\dfrac{dW_m}{dt} = -\,P_J$: l'énergie stockée initialement sous forme magnétique est intégralement dissipée par effet Joule.

*<u>Etablissement du courant</u>



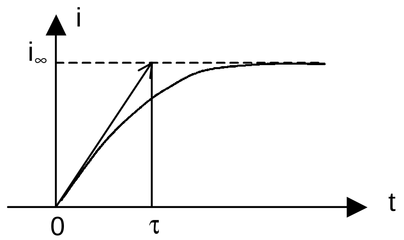
$$\begin{cases} t < 0 : \text{K ouvert} \\ \quad i = 0 \\ t > 0 : \text{K fermé} \end{cases}$$

Cette fois :

$$E = Ri + L\,\overset{o}{i} \Leftrightarrow \boxed{\overset{o}{i} + \frac{i}{\tau} = E/L}$$

Toujours par continuité de i à t = 0 :

$$\boxed{i(t) = i_\infty\,(1 - e^{-t/\tau})} \quad , \text{ si } \; i_\infty = E/R$$



Le bilan de puissance étant ici :

$$Ei = Ri^2 + L\,i\,\overset{o}{i} \quad , \quad \text{soit :}$$

$$P_{géré} = P_J + \frac{dW_m}{dt}$$

II.3. Généralisation : soit $y_s(t)$ la grandeur électrique « intéressante » (dite « grandeur de sortie » en terme de « commande » d'un réseau dont la grandeur d'entrée sera par exemple la fem d'un générateur de commande). Pour tout circuit linéaire du 1er ordre, $y_s(t)$ satisfait à l'équation différentielle.

$$\boxed{\overset{o}{y}_s + \frac{y_s}{\tau} = \ldots}$$

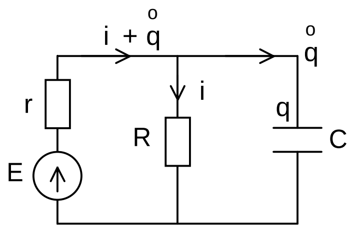
dont la solution est :

$$\boxed{y_s(t) = A\,e^{-t/\tau} + \underbrace{(\text{solution particulière})}_{\text{dépendant du } 2^e \text{ membre}}}$$

τ est appelée <u>constante de temps</u> du circuit du 1er ordre (ou temps de relaxation).

Rem : pour un circuit linéaire passif, une équation du type $\dot{y}_s - \dfrac{y_s}{\tau} = \ldots$ est exclue, puisqu'alors la solution générale de l'équation sans second membre (régime « libre ») serait divergente ($A e^{-t/\tau}$) : en l'absence d'apport d'énergie, toute grandeur électrique doit être bornée.

Exemple de circuit du 1er ordre :



On a :

$$\begin{cases} E = r(i + \dot{q}) + Ri \\ Ri = \dfrac{q}{C} \end{cases}$$

En éliminant i, on obtient l'équation différentielle sur q(t) :

$$E = (R + r)\,\frac{q}{RC} + r\dot{q}$$

Soit : $\boxed{\dot{q} + \dfrac{q}{\tau} = \dfrac{E}{r}}$, avec :

$$\boxed{\tau = \left(\frac{rR}{r+R}\right)C}$$

III. Circuits du 2e ordre : ils seront régis par une équation différentielle linéaire du 2e ordre à coefficients constants.

III.1. Forme canonique du 1er membre de l'équation différentielle, pour un circuit passif.

A priori, $y_s(t)$ satisfait à l'équation différentielle :

$$a_2\,\ddot{y}_s + a_1\,\dot{y}_s + a_0\,y_s = \ldots$$

L'équation caractéristique associée est :

$$a_2 r^2 + a_1 r + a_0 = 0$$

Pour un circuit passif (ou actif stable), le régime libre ne peut être divergent, donc les deux racines de l'équation caractéristique doivent être, soit réelles négatives (si $\Delta > 0$), soit à partie réelle négative (si $\Delta < 0$) (dans le cas de la racine double, elle doit être négative).

Or, si r_1 et r_2 sont les deux racines :

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = -\dfrac{a_1}{a_2} \\ r_1\, r_2 = -\dfrac{a_0}{a_2} \end{cases}$$

Donc Re $(r_1, r_2) \leq 0 \iff a_0, a_1, a_2$ de même signe

En choisissant $\begin{cases} a_2 > 0 \\ a_1 \geq 0 \\ a_0 > 0 \end{cases}$, on peut alors poser :

$$\begin{cases} \omega_0^2 = \dfrac{a_0}{a_2} \\ \dfrac{\omega_0}{Q_0} = \dfrac{a_1}{a_2} \end{cases}$$

et on obtient la forme canonique du 1er membre de l'équation différentielle d'un circuit linéaire du 2^e ordre « passif » :

$$\boxed{\overset{\circ\circ}{y}_s + \frac{\omega_0}{Q_0}\overset{\circ}{y}_s + \omega_0^2\, y_s = \ldots}$$

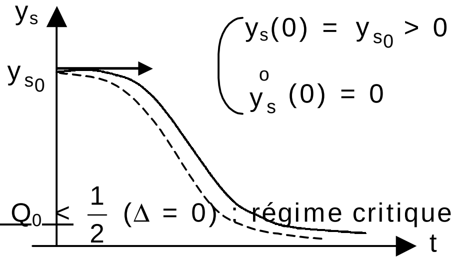
$\begin{cases} \omega_0 \text{ est la } \underline{\text{pulsation propre}} \text{ du circuit} \\ Q_0 \text{ est le } \underline{\text{facteur de qualité}} \end{cases}$

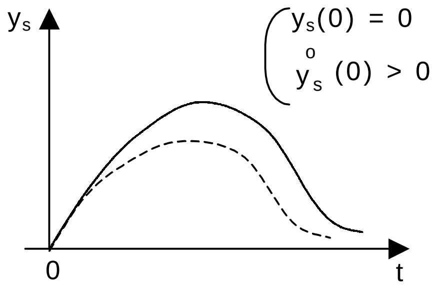
La forme du régime libre dépend alors du signe de Δ, donc de la place de Q_0 par rapport à $\dfrac{1}{2}$:

*<u>Si $Q_0 \leq$</u> $\dfrac{1}{2}$ ($\Delta > 0$) : facteur de qualité « faible », amortissement « fort ».

Le régime libre est dit « <u>apériodique</u> », ou non-oscillatoire : les racines $r_1 = -\alpha_1$ et $r_2 = -\alpha_2$ sont réelles négatives.

$$\boxed{y_s(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t}}$$ (pour l'équation homogène)





*Si $Q_0 < \frac{1}{2}$ $(\Delta = 0)$: régime critique

$r = -\ \omega_0$ est racine double

$$\boxed{y_s(t) = (A_1 + A_2\,t)\ e^{-\omega_0 t}}$$

L'allure de $y_s(t)$ est alors analogue au cas $Q_0 < \frac{1}{2}$, avec un retour plus rapide à l'équilibre (courbes en pointillées).

*Si $Q_0 > \frac{1}{2}$ $(\Delta < 0)$: facteur de qualité « fort », amortissement « faible ».

Le régime libre est dit « pseudo-périodique » ou oscillatoire : les racines r_1 et r_2 sont complexes conjuguées :

$$\begin{cases} r_1 = -\ \dfrac{\omega_0}{2Q_0} + i\,\dfrac{\sqrt{-\Delta}}{2} \\[2ex] r_2 = -\ \dfrac{\omega_0}{2Q_0} - i\,\dfrac{\sqrt{-\Delta}}{2} \end{cases}$$

En posant :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\tau} = \dfrac{\omega_0}{2Q_0} \\[2ex] \Omega = \dfrac{\sqrt{-\Delta}}{2} < \omega_0 \end{cases}$$

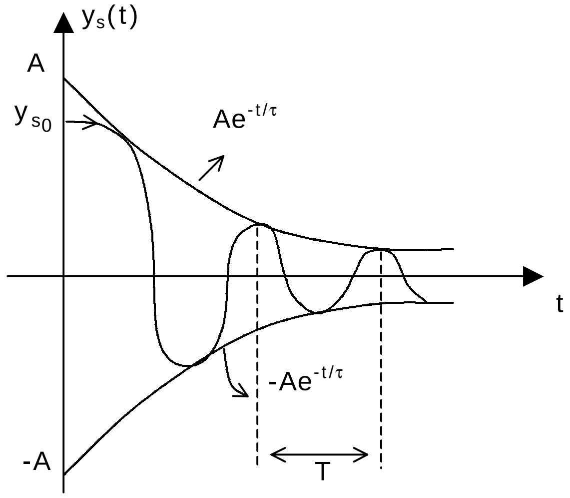
$$\begin{aligned} y_s(t) &= A_1\,e^{(-\frac{1}{\tau} + i\Omega)t} + A_2\,e^{(-\frac{1}{\tau} - i\Omega)t} \\ &= e^{-t/\tau}\ \underbrace{\underbrace{[A_1\,e^{i\Omega t} + A_2\,e^{-i\Omega t}]}_{a_1 \cos \Omega t \,+\, a_2 \sin \Omega t}}_{} \end{aligned}$$

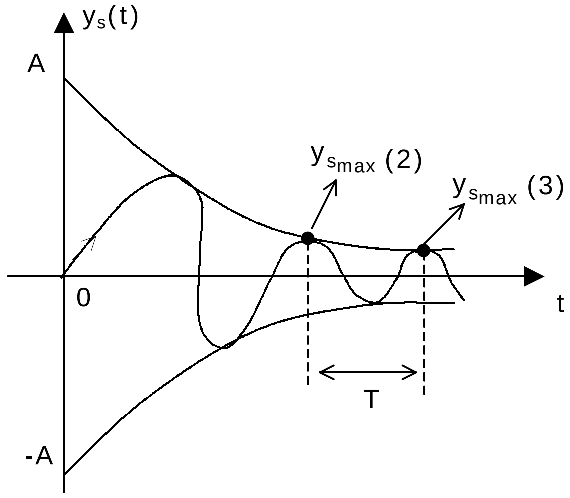
Ainsi :

$$\boxed{y_s(t) = A\,e^{-t/\tau} \quad (y_s \in \Re)} \qquad \cos(\Omega t + \varphi)$$

On a une fonction sinusoïdale « amortie » par une double enveloppe exponentielle.

$$\begin{cases} \Omega \text{ est la « pseudo-pulsation »} \\ T = \dfrac{2\Pi}{\Omega} > T_0 = \dfrac{2\Pi}{\omega_0} \text{ est la « pseudo-période »} \end{cases}$$





$$\begin{cases} y_s(0) = y_{s_0} > 0 \\ \overset{o}{y}_s(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y_s(0) = 0 \\ \overset{o}{y}_s(0) > 0 \end{cases}$$

Rem. : dans le cas du régime pseudo-périodique, on caractérise parfois l'amortissement par le « décrément logarithmique » δ défini par :

$$\delta = \ln\left(\frac{y_{s_{max}}(n)}{y_{s_{max}}(n+1)}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{y_s(t)}{y_s(t+T)}\right) \geq 0$$

$$= \frac{T}{\tau}$$

(plus δ est grand, plus l'amortissement est fort).

Rem. : le terme en $\overset{o}{y}_s$ dans l'équation différentielle est le terme d'amortissement ou d'irréversibilité : l'équation différentielle étant modifiée par le changement de t en –t (« renversement du temps »), on dira que le phénomène physique associé est irréversible.

Cas particulier : $Q_0 \to \infty$

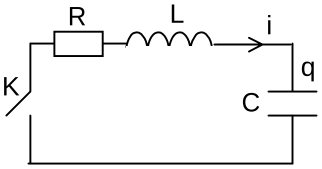
On parle de circuit « idéal » (sans pertes). Le comportement est alors réversible et l'équation différentielle celle d'un oscillateur harmonique :

$$\boxed{\ddot{y}_s + \omega_0^2\, y_s = 0}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{y_s = A\cos(\omega_0 t + \varphi)}$$

III.2. Cas du circuit RLC série :

*Régime libre



$$\begin{cases} t < 0 : \text{K ouvert} \\ \quad i = 0 \\ \quad q = q_0 \\ t > 0 : \text{K fermé} \end{cases}$$

La loi des mailles s'écrit :

(1) $\quad Ri + L\,\dot{i} + \dfrac{q}{C} = 0 \quad , \quad \text{avec } i = \dot{q}$

Donc : $$\boxed{\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{q}{LC} = 0}$$

En identifiant avec la forme canonique, on obtient :

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{LC}}$$

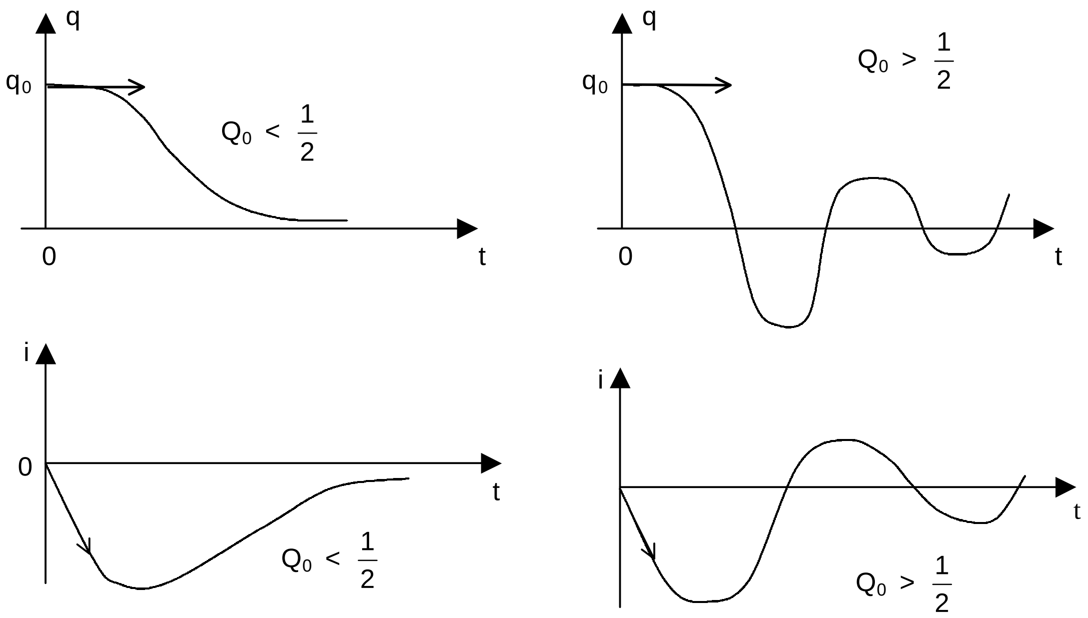
$$\frac{W_0}{Q_0} = \frac{R}{L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q_0 = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}}$$

Par dérivation, on obtient une équation différentielle identique sur i(t).

L'allure des courbes q(t) et i(t) dépend des valeurs numériques de R, L, C (place de Q_0 par rapport à 0,5).

q(t) et i(t) sont continues à t = 0 :

$$\begin{cases} q(0^+) = q(0^-) = q_0 \\ i(0^+) = i(0^-) = 0 : \dot{q}(0^+) = 0 \end{cases}$$



$$\left(\mathring{i}\,(0^+) = -\,\frac{q_0}{LC} < 0 \ \text{d(après (1)).}\right.$$

Le bilan d'énergie se fait toujours en multipliant (1) par $i = \mathring{q}$:

$$R\,i^2 + \underbrace{L\,i\,\mathring{i} + \frac{q\,\mathring{q}}{C}}_{\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L\,i^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)} = 0$$

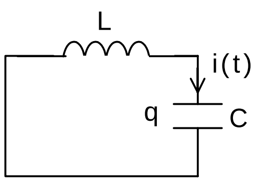
Soit :

$$\boxed{\frac{dW_{em}}{dt} = -\,P_J}$$

(W_{em} énergie électromagnétique emmagasinée dans C et L).

Rem. : plus R est élevée, plus Q_0 est faible et l'amortissement fort.

Pour R = 0 : $Q_0 \to \infty$: circuit idéal (L, C), sans perte :



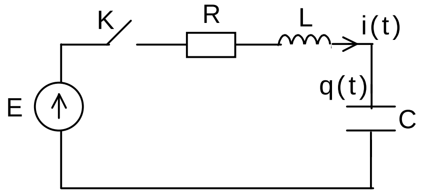
$$\begin{cases} q(t) = q_0 \cos \omega_0 t \\ i(t) = \mathring{q} = -\,\omega_0 q_0 \sin \omega_0 t \end{cases}$$

Il s'agit d'un oscillateur électromagnétique.

$$\frac{dW_{em}}{dt} = 0 : \ \underline{W_{em} = \text{cste}}$$

(il y a des transferts alternatifs d'énergie électrique en énergie magnétique et vice-versa, l'énergie totale étant conservée).

*Charge et établissement du courant :



$$\begin{cases} t < 0 : \text{K ouvert} \\ \quad i = 0 \\ \quad q = q_0 \\ t > 0 : \text{K fermé} \end{cases}$$

Ici : $$E = R\,i + L\,\dot{i} + \frac{q}{C}$$

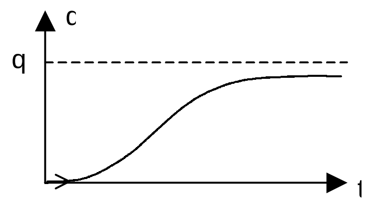
Donc : $$\boxed{\begin{cases} \ddot{q} + \dfrac{\omega_0}{Q_0}\dot{q} + \omega_0^2\, q = \dfrac{E}{L} \\ \ddot{i} + \dfrac{\omega_0}{Q_0}\dot{i} + \omega_0^2\, i = 0 \end{cases}}$$

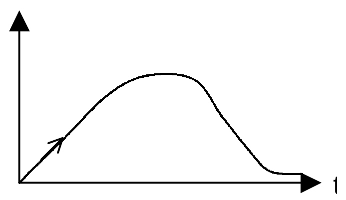
Ainsi : $$\begin{cases} q(t) = \text{SGESSM} + \underbrace{CE}_{q_\infty} \\ i(t) = \text{SGESSM} \end{cases}$$

Avec les conditions initiales :

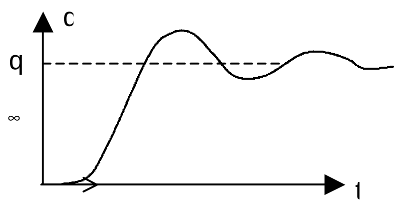
$$\begin{cases} q(0^+) = q(0^-) = 0 \\ i(0^+) = i(0^-) = 0 \\ \dot{i}\,(0^+) = E/L > 0 \end{cases}$$

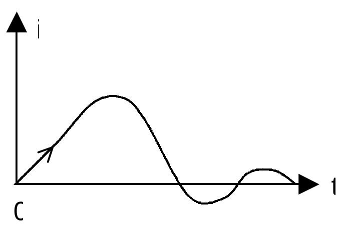
Si $Q_0 < \dfrac{1}{2}$:





Si $Q_0 > \dfrac{1}{2}$:





Le bilan de puissance s'écrivant ici :

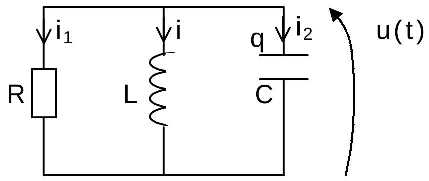
$$E\,i = Ri^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\,Li^2 + \frac{1}{2}\,\frac{q^2}{C}\right), \quad \text{soit :}$$

$$P_{\text{géné}} = P_J + \frac{dW_{em}}{dt}$$

Rem. : pour observer expérimentalement q(t) et i(t), on observe évidemment (à l'oscilloscope) les tensions aux bornes de C et de R respectivement.

III.3. Cas du circuit RLC parallèle.

En régime libre, on aura :



$$\begin{cases} q(O^+) = q_0 \\ i(O^+) = 0 \end{cases}$$

La loi des nœuds s'écrit : $i_1 + i + i_2 = 0$

Par dérivation : $\dot{i}_1 + \dot{i} + \dot{i}_2 = 0$

Soit : $\dfrac{\dot{u}}{R} + \dfrac{u}{L} + C\,\ddot{u} = 0$

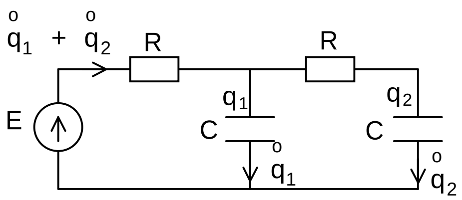
Et donc : $\boxed{\ddot{u} + \dfrac{\dot{u}}{RC} + \dfrac{1}{LC}\,u = 0}$

L'analogie est stricte avec le circuit RLC série, avec :

$$\begin{cases} \omega_o = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ \dfrac{\omega_o}{Q_o} = \dfrac{1}{RC} \quad \Rightarrow \quad Q_o = R_C\,\omega_o = \dfrac{R}{L\omega_o} \end{cases}$$

(Dans ce cas, Q_o augmente si R augmente, le circuit idéal (LC) correspondant $R \to \infty$).

III.4. Autre exemple : double cellule RC



$$q_1(O^+) = q_2(O^+) = 0$$

On a :

$$E = R\,(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + \frac{q_1}{C} \qquad (1)$$

$$\frac{q_1}{C} = R\,\dot{q}_2 + \frac{q_2}{C} \qquad (2)$$

On voit que ces deux équations ne permettent pas d'obtenir une équation différentielle (du 1er ordre) sur q_1 et q_2 uniquement : le circuit est donc du 2e ordre, et il faudra dériver (1) et (2) :

$$\begin{cases} 0 = R\,(\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + \dfrac{\dot{q}_2}{C} & (3) \\[2ex] \dfrac{\dot{q}_1}{C} = R\,\ddot{q}_2 + \dfrac{\dot{q}_2}{C} & (4) \end{cases}$$

A l'aide de (1), (3) et (4), on peut obtenir l'équation différentielle suivante sur $q_1(t)$:

$$\boxed{\ddot{q}_1 + \frac{3}{RC}\dot{q}_1 + \frac{q_1}{R^2C^2} = \frac{E}{R^2C}}$$

(noter l'homogénéité, et a_0, a_1, $a_2 > 0$).

On a donc :

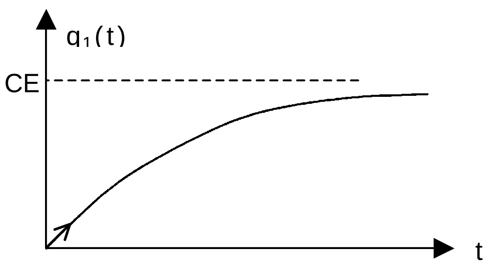
$$\begin{cases} \omega_o = \dfrac{1}{RC} \\[2ex] Q_o = \dfrac{1}{3} < \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

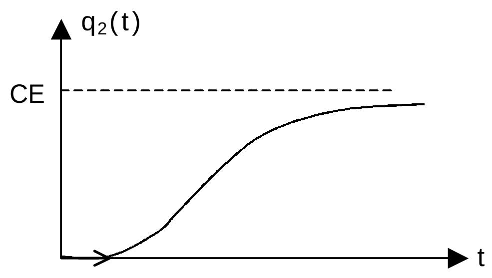
Le régime libre est donc apériodique.

Les équations (1) et 2), écrites à $t = 0$,fournissent par ailleurs $\dot{q}_1(0^+)$ et $\dot{q}_2(0^+)$:

$$\begin{cases} \dfrac{E}{R} = \dot{q}_1(0^+) + \dot{q}_2(0^+) \\[2ex] 0 = R\,\dot{q}_2(0^+) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \dot{q}_1(0^+) = \dfrac{E}{R} > 0 \\[2ex] \dot{q}_2(0^+) = 0 \end{cases}$$

Ce qui permet de tracer l'allure des courbes $q_1(t)$ et $q_2(t)$:





Rem. : seule l'allure de la courbe $q_2(t)$ permet ici de « détecter » le 2[e] ordre.

IV. Généralisation : circuits linéaires d'ordre n.

$y_s(t)$ est alors la solution d'une équation différentielle linéaire d'ordre n à coefficients constants :

$$\boxed{a_n\, y_s^{(n)} + \dots + a_1\, \overset{o}{y}_s + a_0\, y_s = \dots}$$

$$y_s(t) = \underbrace{\text{SGESSM}}_{\substack{\text{régime libre}\\ \text{ou transitoire}}} + \underbrace{\text{Sol. particulière}}_{\substack{\text{régime forcé}\\ \text{ou permanent}}}$$

Pour un circuit passif, ou actif « stable » :

$$\text{SGESSM} \underset{t \to \infty}{\longrightarrow} 0 \quad \text{(régime libre amorti)}$$

Ce qui est équivalent à :

$\mathrm{Re}\,(r_i) < 0$, si r_i sont les racines de l'équation caractéristique associée.